МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Глазовский инженерно-экономический институт (филиал) Федерального государственного бюджетного образовательногоучреждения высшего образования «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова» (ГИЭИ (филиал) ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

УТВЕРЖДАЮ

Директор М.А.Бабушкин

20 июня 2025 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 3DA273AA38C240BA869FA062FFFB332C
Владелец: Золотов Алексей Васильевич
Действителен: с 29.07.2026 до 22.10.2027

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Алгебра и геометрия

направление подготовки: **09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»**

направленность (профиль): **Автоматизированные системы обработки информации и управления**

уровень образования: **бакалавриат**

форма обучения: **очная**

общая трудоемкость дисциплины составляет: **7 зачетных единиц**

Кафедра «Машиностроение и информационные технологии»

Составитель:

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственногообразовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и рассмотрена на заседании кафедры.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и рассмотрена на заседании кафедры.

Протокол от 22.05.2023 г. № 5

Заведующий кафедрой  А.Г. Горбушин

22.05.2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Количество часов рабочей программы и формируемые компетенции соответствуют учебному плану по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления».

Протокол заседания учебно-методической комиссии от 22 мая 2023 г. № 2

Председатель учебно-методической комиссии ГИЭИ

 А.Г. Горбушин

Руководитель образовательной программы  А.Г. Горбушин

22.05.2023 г

Аннотация к дисциплине

Название дисциплины	Алгебра и геометрия
Направление подготовки (специальность)	09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
Направленность (профиль/программа/специализация)	«Автоматизированные системы обработки информации и управления»
Место дисциплины	Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП.
Трудоемкость (з.е. / часы)	7 з.е. /252 часов
Цель изучения дисциплины	Приобретение знаний и умений, освоение методов решения алгебраических и геометрических задач. Формирование мировоззрения и развитие системного математического мышления, привитие навыков математического моделирования практических и инженерных задач, их теоретического исследования и решения программными средствами в профессиональной деятельности.
Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины	ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.
Содержание дисциплины (основные разделы и темы)	Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители. Матричные уравнения. Системы линейных алгебраических уравнений. n-мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости. Кривые и поверхности второго порядка. Линейные операторы. Евклидовы пространства. Билинейные и квадратичные формы. Основы теории чисел. Основы теории групп и многочленов.
Форма промежуточной аттестации	Зачёт (1 семестр) Экзамен (2 семестр)

1. Цели и задачи дисциплины:

Целью преподавания дисциплины является приобретение знаний и умений, освоение методов решения алгебраических и геометрических задач. Формирование мировоззрения и развитие системного математического мышления, привитие навыков математического моделирования практических и инженерных задач, их теоретического исследования и решения программными средствами в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

– изучение основных теоретических положений и методов алгебры и геометрии,
– формирование навыков в математической постановке и моделировании практических задач с использованием алгебраических структур и геометрических построений,
– формирование навыков выполнения алгебраических расчетов и построения геометрических объектов с использованием программных средств и вычислительной техники.

2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студента должны быть сформированы

знать:

Знания, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

№ п/п З	Знания
1	Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители, их свойства.
2	Методы решения СЛАУ.
3	Понятие поля вещественных и комплексных чисел, линейного пространства, базиса и размерности линейного пространства.
4	Векторная алгебра.
5	Различные формы уравнений прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве и их взаимное расположение;
6	Кривые и поверхности второго порядка.
7	Понятие линейных операторов и действия над ними; понятие собственных значений и собственных векторов линейного оператора.
8	Понятие евклидова пространства, матрица Грама, понятие нормированного пространства, ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства.
9	Билинейные и квадратичные формы.
10	Основные понятия теории чисел и многочленов одной переменной; элементы теории групп.

Умения, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п У	Умения
1	Совершать операции над матрицами, решать матричные уравнения.
2	Проводить анализ совместности и решать неоднородные СЛАУ методом Гаусса, матричным методом и с помощью формул Крамера; проводить анализ нетривиальной совместности однородной СЛАУ, находить ФСР.
3	Совершать операции над комплексными числами.
4	Проводить преобразование координат при преобразовании базиса n-мерного линейного пространства.
5	Совершать операции над векторами.
6	Анализировать уравнение прямой на плоскости, уравнения прямых и плоскостей в пространстве; строить и анализировать кривые и поверхности второго порядка.
7	Находить собственные значения и собственные векторы матриц линейных операторов.
8	Приводить квадратичную форму к каноническому виду.
9	Решать задачи теории чисел и многочленов.
10	Применять математический аппарат алгебры и геометрии для решения практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.

Навыки, приобретаемые в ходе освоения дисциплины

№ п/п Н	Навыки
1	Владеть навыками проведения операций над матрицами, методами анализа и решения матричных уравнений, СЛАУ.
2	Методами решения задач векторной алгебры и аналитической геометрии.
3	Техникой разложения векторов по базису, преобразования координат при преобразовании базиса, ортогонализации базиса.
4	Техникой преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора, построения ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
5	Техникой приведения квадратичной формы к каноническому виду.
6	Техникой анализа алгебраических структур.
7	Техникой решения типичных задач теории чисел и многочленов.
8	Навыками исследования практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.

Компетенции, приобретаемые в ходе изучения дисциплины

Компетенции	Индикаторы	Знания	Умения	Навыки
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1 Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.		
	ОПК-1.2 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.		1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.	
	ОПК-1.3 Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности			1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

3. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин: Математика (среднее (полное) общее образование).

Перечень последующих дисциплин (модулей), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем): Математический анализ; Интегралы и дифференциальные уравнения; дисциплины, использующие алгебраические структуры; СЛАУ; геометрические объекты; симметрии.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Структура дисциплин

№ п/п	Раздел дисциплины. Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы					Содержание самостоятельной работы
				контактная				СРС	
				лк	пр	лаб	КЧА		
1	2	3	4	5	6	7	8	10	11
1.	Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители. Матричные уравнения. Системы	47	1	14	14	–	–	19	[1, 9], стр. 37-42, 67-98. Выполнение расчетно-графической работы [4].

	линейных алгебраических уравнений.								
2.	n-мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел.	21		6	6	–	–	9	[1], стр. 98-112. Выполнение расчетно-графической работы [3,5]. Подготовка к контрольной работе.
3.	Векторная алгебра.	23		8	8	–	–	7	[1], стр. 12-67. Выполнение расчетно-графической работы [4]. Подготовка к контрольной работе.
4.	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости.	15		4	4	–	–	7	[1], стр. 170-202. Выполнение расчетно-графической работы [4]. Подготовка к контрольной работе.
	Зачет	2		–	–	–	0,3	1,7	Зачет выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости
	Итого:	**108**		**32**	**32**	**–**	**0,3**	**43,7**	
5.	Кривые и поверхности второго порядка.	16		6	2	–	–	8	[1], стр. 202-239. Выполнение расчетно-графической работы [4].
6.	Линейные операторы.	26		6	4	–	–	16	[1], стр. 142-153. Выполнение расчетно-графической работы [5] Подготовка к контрольной работе.
7.	Евклидовы пространства. Билинейные и квадратичные формы.	30	2	10	4	–	–	16	[1], стр. 155-166. Выполнение расчетно-графической работы [5].
8.	Основы теории чисел.	22		6	4	–	–	12	[8], стр. 7-80. Подготовка к контрольной работе.
9.	Основы теории групп и многочленов.	14		4	2	–	–	8	[8], стр. 163-165, 168-178. Выполнение расчетно-графической работы [8]
	Экзамен	36		–	–	–	0,4	35,6	Экзамен проводится в устной форме по билетам
	Итого:	**144**		**32**	**16**	**–**	**0,4**	**95,6**	
	Всего:	**252**		**64**	**48**	–	**0,7**	**139,3**	

4.2. **Содержание разделов курса** и формируемых в них компетенций

№ п/п	Раздел дисциплины	Коды компетенции и индикаторов	Знания	Умения	Навыки	Форма контроля
1.	Основные понятия общей алгебры. Матричное исчисление. Определители. Матричные уравнения. Системы линейных алгебраических уравнений.	ОПК-1.1, ОПК-1.2 ОПК-1.3	1, 2.	1, 2, 10.	1, 8.	Расчетно-графическая работа № 1. Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа».
2.	n-мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел.	ОПК-1.1, ОПК-1.2 ОПК-1.3	3.	3, 4, 10.	3, 8.	Расчетно-графическая работа № 2. Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений.

						Комплексные числа».
3.	Векторная алгебра.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	4.	5, 10.	2, 8.	Расчетно-графическая работа № 3. Контрольная работа: «Векторная алгебра».
4.	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Прямые и плоскости.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	5.	6, 10.	2, 8.	Расчетно-графическая работа № 4. Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей».
5.	Кривые и поверхности второго порядка.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	6.	6, 10.	2, 8.	Расчетно-графическая работа № 5.
6.	Линейные операторы.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	7.	7, 10.	4, 8.	Расчетно-графическая работа № 6.
7.	Евклидовы пространства. Билинейные и квадратичные формы.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	8, 9.	8, 10.	5, 8.	Расчетно-графическая работа № 6. Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора».
8.	Основы теории чисел.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	10.	9, 10.	6, 8.	Расчетно-графическая работа № 7.
9.	Основы теории групп и многочленов.	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	10.	9, 10.	7, 8.	Расчетно-графическая работа № 7. Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».

4.3. Наименование тем лекций, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лекций	Трудоемкость (час)
1.	1	1. Основные понятия общей алгебры. Алгебраические структуры. Ассоциативные и коммутативные операции. Понятие полугруппы. Обобщенная ассоциативность, степени и кратные. 2. Обратимость элементов в полугруппах с единицей. Обратный элемент. Понятие группы. Циклические группы. Кольца. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами. Кольцо матриц. 3. Определители n-го порядка, свойства. 4. Обратная матрица, вычисление, свойства. Решение простейших матричных уравнений. 5. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. 6. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Условие совместности системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные линейные системы. Совместность однородной системы. 7. Методы решений системы линейных уравнений. Метод Гаусса, Гаусса-Жордано, формулы Крамера, матричный метод.	14
2.	2	1. n-мерное линейное пространство. Поле вещественных чисел. Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. 2. Определение линейного пространства. Понятие вектора. Понятие линейной зависимости векторов. Базис и размерность линейного пространства. Понятие изоморфизма линейных пространств. Понятие подпространства. Фундаментальная совокупность решений. 3. Преобразование координат при преобразовании базиса *n*-мерного линейного пространства. Связь между преобразованием базисов и координат.	6
3.	3	1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейной зависимости векторов. Понятие базиса (на плоскости и в пространстве). Аффинные координаты. Проекция вектора на ось и ее свойства. 2. Различные виды систем координат: декартова прямоугольная система координат, полярные, цилиндрические, сферические. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, геометрические и	8

		алгебраические свойства. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. 3. Правые и левые тройки векторов и системы координат. Понятие векторного произведения двух векторов. Геометрические свойства векторного произведения. Определение смешанного произведения. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного и смешанного произведения векторов в декартовых координатах. 4. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости и в пространстве при параллельном переносе и повороте осей координат.	
4.	4	1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Уравнения прямой и плоскости: общие уравнения прямой и плоскости; неполные уравнения прямой и плоскости; уравнения прямой и плоскости в отрезках; канонические уравнения прямой на плоскости и в пространстве; параметрические уравнения прямой; прямая с угловым коэффициентом на плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. 2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Условия параллельности прямых и плоскостей. Нормальные уравнения прямой и плоскости, приложения. Условие принадлежности прямой и двух прямых плоскости.	4
5.	5	1. Кривые второго порядка. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Геометрические свойства эллипса, гиперболы и параболы. 2. Поверхности второго порядка. Исследование формы поверхности второго порядка методом сечений.	6
6.	6	1. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами. Свойства линейных операторов. 2. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. 3. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.	6
7.	7	1. Евклидово пространство: определение и свойства. Матрица и определитель Грама. Геометрический смысл определителя Грама. Понятие нормы. Вещественное линейное нормированное пространство. 2. Угол между векторами. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта линейно независимых векторов. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. 3. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. 4. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. 5. Билинейные формы. Квадратичная форма. Матрица билинейной и квадратичной формы. Закон инерции и квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.	10
8.	8	1. Делимость целых чисел. Частное и остаток. Простейшие свойства делимости целых чисел. Признаки делимости. Деление с остатком. Теорема о существовании и единственности деления с остатком. НОД. Взаимно простые числа. Теорема о линейном представлении НОД. Нахождение НОД с помощью алгоритма Евклида. 2. НОК. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Теорема Евклида. Решето Эратосфена. Определение сравнения и простейшие свойства. Классы вычетов по модулю m. Свойства сравнений. 3. Полная и приведенная система вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Задачи на применение теоремы Эйлера и малой теоремы Ферма. Сравнения первой степени. Системы сравнения. Китайская теорема об остатках.	6
9.	9	1. Отношение делимости в кольце многочленов, деление с остатком. НОД, НОК многочленов и алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены, их свойства. Каноническое разложение многочлена. Основная теорема алгебры. Производная многочлена, ее свойства. Теорема Безу. 2. Элементы теории групп.	4
	Всего		**64**

4.4. Наименование тем практических занятий, их содержание и объем в часах

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоем-кость (час)
1.	**1.**	Основные понятия общей алгебры. Матрицы, основные операции над матрицами. Вычисление определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений.	14
2.	**2.**	Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Базис и размерность линейного пространства. Фундаментальная совокупность решений. Преобразование координат при преобразовании базиса n-мерного линейного пространства.	6
3.	**3.**	Скалярное и векторное произведение двух векторов. Смешанное произведение трёх векторов. Приложения.	8
4.	**4.**	Прямая и плоскость. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	4
5.	**5.**	Кривые и поверхности второго порядка.	2
6.	**6.**	Однородные и неоднородные СЛАУ. Нахождение ФСР. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.	4
7.	**7.**	Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.	4
8.	**8.**	Алгоритм Евклида, каноническое разложение. Непрерывные дроби. Сравнения, системы сравнений.	4
9.	**9.**	Кольцо многочленов. Элементы теории групп.	2
	Всего		48

5. Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Для контроля результатов освоения дисциплины проводятся:
– расчетно-графические работы и контрольные:

1. Расчетно-графическая работа № 1. «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений».
2. Расчетно-графическая работа № 2. «Линейные пространства».
3. Расчетно-графическая работа № 3. «Векторная алгебра».
4. Расчетно-графическая работа № 4. «Прямые и плоскости».
5. Расчетно-графическая работа № 5. «Кривые и поверхности второго порядка».
6. Расчетно-графическая работа № 6. «Линейная алгебра».
7. Расчетно-графическая работа № 7. ИДЗ 1 «Алгоритм Евклида, каноническое разложение», ИДЗ 2 «Непрерывные дроби», ИДЗ 3 «Сравнения, системы сравнений».

– Контрольная работы:

1. Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа.
2. Контрольная работа: «Векторная алгебра».
3. Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей».
4. Контрольная работа: «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора».
5. Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».

– Домашнее задание:
Домашнее задание: «Комплексные числа».

Примечание: Оценочные материалы (типовые варианты тестов, контрольных работ и др.) приведены в приложении к рабочей программе дисциплины.

Промежуточные аттестации по итогам освоения дисциплины – зачет и экзамен.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература

1. Цыбуля, Л. М. Алгебра: основные структуры алгебры, линейная алгебра. Курс лекций: учебное пособие / Л. М. Цыбуля, Е. Е. Ширшова. — Москва: Московский педагогический государственный университет, 2022. — 112 с. — ISBN 978-5-4263-1058-2. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/122485.html (дата обращения: 13.05.2023). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

2. Цыбуля Л.М. Алгебра: системы линейных уравнений, арифметические пространства, многочлены с комплексными коэффициентами. Курс лекций [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Цыбуля Л.М., Ширшова Е.Е.— Электрон. текстовые данные. — М.: Московский педагогический государственный университет, 2022.— 100 с.— Режим доступа: https://iprbookshop.ru/122486. — IPR SMART, для авторизир. Пользователей
3. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра. Практикум: учебное пособие / Г. П. Размыслович, А. В. Филипцов, В. М. Ширяев. — Минск: Вышэйшая школа, 2018. — 384 c. — ISBN 978-985-06-2823-7. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/90762.html (дата обращения: 13.05.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

б) дополнительная литература

4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учебное пособие для вузов / Д.В. Клетеник. – СПб.: Лань, 2022. – 225 с. (30 шт.).
5. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (Типовые расчеты) [Текст]: учебное пособие для вузов /Л.А. Кузнецов. – СПб.: Лань, Специальная литература, 2023. – 240 с. (30 шт.).
6. Рябушко, А. П., Жур, Т.А. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. П. Рябушко, Т.А. Жур. — Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 304 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/90754.html. ЭБС «IPRbooks».
7. Чудесенко, В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики: типовые расчеты / В.Ф. Чудесенко – СПб., М., Краснодар: Лань, 2007. – 190 с. (15 шт.)
8. Елькин А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Елькин А.Г. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2018. – 95 c. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/77939.html – ЭБС «IPRbooks».
9. Гусак А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гусак. — Электрон. текстовые данные. – Минск: ТетраСистемс, 2011. – 265 c. – 978-985-536-229-7. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28035.html. – ЭБС «IPRbooks».

в) методические указания:

10. Возмищева Т.Г. Основы теории чисел. Методические указания к решению задач по теории чисел. [Текст] Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем». / Т.Г. Возмищева. – Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2020. – 72 с.
11. Возмищева Т.Г. Матричное исчисление. Определители. Методические указания к решению задач / Т.Г. Возмищева. – Ижевск, 2019. – 24 с. (ЭУМКД).

г) перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети Интернет

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks. – Режим доступа: http://istu.ru/material/elektronno-bibliotechnaya-sistema-iprbooks
2. Электронный каталог научной библиотеки ИжГТУ имени М.Т. Калашникова Web ИРБИС. – Режим доступа: http://94.181.117.43/cgi-bin/irbis64r_12/cgiirbis_64.exe?LNG=&C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS
3. Национальная электронная библиотека. – Режим доступа: http://нэб.рф
4. Мировая цифровая библиотека. – Режим доступа: http://www.wdl.org/ru/
5. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – https://elibrary.ru/
6. Открытое образование. Курсы ведущих вузов России. – Режим доступа: https://openedu.ru/
7. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. – Режим доступа: http://window.edu.ru/
8. Научная электронная библиотека. – Режим доступа: https://elibrary.ru

д) программное обеспечение:

1. Microsoft Office Standard 2007 (Open License : 42267924).
2. Doctor Web Enterprise Suite (Лицензия № 116663324).

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Лекционные занятия

Учебные аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

2. Практические занятия

Учебные аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

3. Самостоятельная работа

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интеренет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде ИжГТУ имени М.Т. Калашникова:

- научная библиотека ИжГТУ имени М.Т. Калашникова;
- помещения для самостоятельной работы.

При необходимости рабочая программа дисциплины (модуля) может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для обучения с применением дистанционных образовательных технологий. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»

Оценочные средства

по дисциплине

«Алгебра и геометрия»

(наименование – полностью)

направление 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
(шифр, наименование – полностью)

профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

уровень образования: бакалавриат

форма обучения: очная

общая трудоемкость дисциплины составляет: 7 зачетных единиц

1. Оценочные средства

Оценивание формирование компетенций производится на основе результатов обучения, приведенных в п. 2 рабочей программы и ФОС. Связь разделов компетенций, индикаторов и форм контроля (текущего и промежуточного) указаны в таблице 4.2 рабочей программы дисциплины

Оценочные средства соотнесены с результатами обучения по дисциплине и индикаторами достижения компетенций представлены ниже.

№ п/п	Раздел дисциплины*	Результат обучения (*знания, умения и навыки*)	Формы текущего и промежуточного контроля
1	**ОПК-1.1.** Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	З1. Основные понятия общей алгебры; матричное исчисление; определители, их свойства . З2. Методы решения СЛАУ. З3. Понятие поля вещественных и комплексных чисел; понятие линейного пространства, базиса и размерности линейного пространства. З4. Векторная алгебра. З5. Различные формы уравнений прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве и их взаимное расположение. З6. Кривые и поверхности второго порядка. З7. Понятие линейных операторов и действия над ними; понятие собственных значений и собственных векторов линейного оператора. З8. Понятие евклидова пространства, матрицу Грама, понятие нормированного пространства, ортонормированного базиса конечномерного евклидова пространства. З9. Билинейные и квадратичные формы. З10. Основные понятия теории чисел и многочленов одной переменной; элементы теории групп.	Расчетно-графическая работа № 1-6 Контрольная работа «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа». Контрольная работа «Векторная алгебра». Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей». Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора». Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов». Зачет Экзамен
2	**ОПК-1.2.** Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	У1. Совершать операции над матрицами, решать матричные уравнения. У2. Проводить анализ совместности и решать неоднородные СЛАУ методом Гаусса, матричным методом и с помощью формул Крамера; проводить анализ нетривиальной совместности однородной СЛАУ, находить ФСР. У3. Совершать операции над комплексными числами. У4. Проводить преобразование координат при преобразовании базиса *n*-мерного линейного пространства. У5. Совершать операции над векторами. У6. Анализировать уравнение прямой на плоскости, уравнения прямых и плоскостей в пространстве; строить и анализировать кривые и поверхности второго порядка. У7. Находить собственные значения и собственные векторы матриц линейных операторов. У8. Приводить квадратичную форму к каноническому виду. У9. Решать задачи теории чисел и многочленов. У10. Применять математический аппарат алгебры и геометрии для решения практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.	Расчетно-графическая работа № 1-6 Контрольная работа «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа». Контрольная работа «Векторная алгебра». Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей». Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора». Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов». Зачет Экзамен
3	**ОПК-1.3.** Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Н1. Владеть навыками проведения операций над матрицами, методами анализа и решения матричных уравнений, СЛАУ. Н2. Методами решения задач векторной алгебры и аналитической геометрии. Н3. Техникой разложения векторов по базису, преобразования координат при преобразовании базиса, ортогонализации базиса. Н4. Техникой преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, нахождения собственных значений и собственных векторов линейного оператора, построения ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Н5. Техникой приведения квадратичной формы к каноническому виду. Н6. Техникой анализа алгебраических структур; Н7. Техникой решения типичных задач теории чисел и многочленов. Н8. Навыками исследования практических задач с использованием программных средств и вычислительной техники.	Расчетно-графическая работа № 1-6 Контрольная работа «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа». Контрольная работа «Векторная алгебра». Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей». Контрольная работа «Базис. Собственные значения и векторы линейного оператора». Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов». Зачет Экзамен

Типовые задания для оценивания формирования компетенций

Наименование: зачет
Перечень вопросов для проведения зачета:
Зачет выставляется по совокупности результатов текущего контроля успеваемости
Критерии оценки:
Приведены в разделе 2

Наименование: экзамен
Представление в ФОС: перечень вопросов
Перечень вопросов для проведения экзамена:

1. Кривые второго порядка. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод канонического уравнения одной из них.
2. Геометрические свойства эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду (параллельный перенос и поворот осей координат).
3. Цилиндрические и конические поверхности и их уравнения. Поверхности вращения. Трехосный эллипсоид. Эллипсоид вращения. Сфера.
4. Гиперболоиды. Однополостной гиперболоид. Двуполостной гиперболоид. Однополостной и двуполостной гиперболоид вращения.
5. Параболоиды. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.
6. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
7. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
8. Евклидово пространство: определение и свойства. Матрица и определитель Грама. Геометрический смысл определителя Грама.
9. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие нормы. Вещественное линейное нормированное пространство.
10. Угол между векторами. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта линейно независимых векторов.
11. Билинейные формы. Квадратичная форма. Матрица билинейной и квадратичной формы.
12. Преобразование квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.
13. Закон инерции и квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
14. Квадратичные формы в Евклидовом пространстве.
15. Понятие делимости. Делители. Множители и кратные. Деление целое. Простейшие свойства делимости целых чисел. Признаки делимости. Деление с остатком. Теорема о существовании и единственности деления с остатком.
16. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа. Теорема о линейном представлении НОД.
17. Алгоритм Евклида. Свойства делимости и НОД.
18. НОК, связь НОД и НОК. Собственные делители. Простые числа. Основная теорема арифметики (о существовании и единственности разложения).
19. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Каноническое разложение натурального числа. Решето Эратосфена.
20. Бесконечные цепные дроби.
21. Определение сравнения по модулю, простейшие свойства.
22. Сравнения и арифметические действия над ними.
23. Умножение и сокращение сравнений на число.
24. Полная и приведенная система вычетов. Кольцо вычетов по модулю m. Функция Эйлера.

25. Малая теорема Ферма. Теорема Эйлера.
26. Сравнение первой степени $ax \equiv b(\mathrm{mod}\, m)$, когда $(a, m) = 1$, $(a, m) \neq 1$. Вопросы существования и количества решений.
27. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках.
28. Построение кольца многочленов от одной переменной над кольцом с единицей, степень многочлена, степень суммы и произведения многочленов. Признаки неприводимости многочленов с целыми коэффициентами.
29. Отношение делимости в кольце многочленов, его свойства, обратимые, ассоциированные многочлены, деление с остатком. НОД многочленов и алгоритм Евклида. Теорема Безу.
30. Взаимно простые многочлены, их свойства.
31. Каноническое разложение многочлена. Основная теорема алгебры.
32. Производная многочлена, ее свойства. Теорема о разложении многочлена по степеням. Простые и кратные корни многочлена, их свойства.
33. Корни многочленов с целыми коэффициентами. Лемма и теорема Гаусса.
34. Инъективное, сюръективное и биективное отображения множеств, примеры. Изоморфизм групп, примеры.
35. Подгруппы. Классы смежности по подгруппе.
36. Циклические группы.
37. Нормальные подгруппы и факторгруппы.
38. Гомоморфизм групп, его виды. Ядро гомоморфизма, его свойства. Теорема о гомоморфизме.
39. Подгруппа, порожденная данным множеством. Нормальная подгруппа, порожденная данным множеством.
40. Подстановки. Симметричные группы.

Пример экзаменационного билета

ИЖЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Прикладная математика и информационные технологии»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по курсу «Алгебра и геометрия»

1. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами. Свойства линейных операторов. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису (вывод).
2. Представление рациональных чисел непрерывными дробями. Неполные частные и подходящие дроби. Схема вычислений. Свойства подходящих дробей.

Задачи.

1. Исследовать систему и в случае совместности найти общее решение.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ 5x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = -4 \\ 7x_1 - 4x_2 - 7x_3 - 5x_4 = -7 \end{cases}$$

   Указать фундаментальную систему решений для соответствующей однородной системы.

2. Даны два базиса $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ и $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2$ линейного пространства и матрица A линейного отображения в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2$. Найти матрицу этого отображения в базисе $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2$.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} \vec{e}_1 = \vec{e}'_1 + \vec{e}'_2 \\ \vec{e}_2 = 2\vec{e}'_1 \end{cases}$$

Билет рассмотрен на заседании кафедры ПМиИТ « » 20 г.

При проведении диагностики освоения компетенций и оценки минимального уровня знаний могут быть использованы тестовые материалы:

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $3 \cdot A + 2 \cdot B$
2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -0,5 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} -0,5 & 0,25 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} -0,5 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Укажите матрицу, являющуюся обратной к матрице F
3. Чему равно скалярное произведение двух векторов a= (2, 3,1) и b = (-1, 0, 4)?
4. Чему равен ранг системы векторов a = (2, 3, 1), b = (1, 0, 1), c = (4, 3, 3)?
5. Даны системы линейных уравнений
а) $\begin{cases} 6x - 3y = 1, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x + 2y = -2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x + 2y = 2. \end{cases}$

Какие из них являются несовместными?

6. Найти сумму $x_1 + x_2 + x_3$, где (x_1, x_2, x_3) – решение системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_2 + 4x_3 = 7 \\ x_3 = 2 \end{cases}$
7. Дан треугольник с вершинами A (-2; 0), B (2; 4) и C (4; 0). Укажите координаты середины стороны AB.
8. Чему равен угловой коэффициент прямой $5y - 2x + 7 = 0$
9. При каком значении *k* прямые $y = 2x + 4$ и $y = kx - 3$ – перпендикулярны?
10. Найти косинус угла между плоскостями $x + 2y - 2z + 1 = 0$ и $x + y - 4 = 0$.
11. Назовите кривую второго порядка, у которой равно одна директриса
12. Если бОльшая ось эллипса равна 8, а эксцентриситет равен 3, то каким уравнением определяется левая директриса эллипса?
13. Найти наибольший общий делитель чисел 273 и 588
14. Решите сравнение $32x + 10 \equiv 0 \ (mod\ 7)$
15. Найти целую часть от деления многочлена $2x^4 - x^3 + x$ на $x^2 - 1$

1. Как изменится определитель, если из его первой строки вычесть третью, умноженную на три?
а) изменит свой знак
б) не изменится
в) увеличится в 3 раза
г) станет равным нулю

2. Даны две точки $M_1(2; -1; 3)$ и $M_2(4; -2; -1)$. Какая из плоскостей проходит через точку M_1, перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$?
а) $2(x-2) + (y+1) + 4(z-3) = 0$
б) $2(x-4) - (y+2) - 4(z+1) = 0$
в) $2(x-2) - (y+1) - 4(z-3) = 0$
г) $3(x-2) + (y+1) + 4(z-3) = 0$

3. Если гипербола задана уравнением $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$, то ее фокусами будут точки
а) $F_1(-4, 0)$ и $F_2(4, 0)$
б) $F_1(-16, 0)$ и $F_2(16, 0)$

в) $F_1(-3,0)$ и $F_2(3,0)$
г) $F_1(-6,0)$ и $F_2(6,0)$

4. Определить тип поверхности второго порядка $x^2 + 25 = 2y^2 + 5z^2$
а) однополосный гиперболоид
б) двуполостный гиперболоид
в) конус второго порядка
г) параболический цилиндр

5. Какую алгебраическую структуру образует множество натуральных чисел относительно операции сложения
а) Полугруппа
б) Моноид
в) Группа
г) Абелева группа

Ответы на итоговое тестирование

1. $\begin{pmatrix} 3 & 6 & -2 \\ -5 & 8 & -7 \end{pmatrix}$
2. C
3. 2
4. 2
5. а и б
6. 2
7. (0, 2)
8. 0,4
9. -0,5
10. $1/\sqrt{2}$
11. Парабола
12. *x*=-4/3
13. 21
14. 6
15. $2x^2 - x + 2$

1. (б)
2. (в)
3. (г)
4. (а)
5. (а)

Критерии оценки:
Приведены в разделе 2

Наименование: контрольная работа
Представление в ФОС: набор вариантов заданий
Варианты заданий:

Контрольная работа: «Определители. Системы линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа».

1. Вычислить определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}.$$

2. Найти решение системы с помощью формул Крамера, методом Гаусса и матричным методом

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases}$$

3. Вычислить, представить в алгебраической форме, изобразить на комплексной плоскости

$$\frac{i^7 + (1 - \sqrt{3}i)^2}{i + 1};$$

а) Вычислить, представить в алгебраической форме

б) Вычислить, представить в алгебраической форме и тригонометрической форме, изобразить на комплексной плоскости $\sqrt[5]{5i(-3 - 3i)}$.

Контрольная работа «Векторная алгебра».

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1, -1, 1\}, b = \{5, 1, 1\}$

а) найти скалярное произведение,

б) угол между векторами.

2. Даны три вектора $\vec{a} = \{1, -1, 1\}, b = \{5, 1, 1\}, \vec{c} = \{0, 3, -2\}$. Вычислить

$$|\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 - (\vec{a}, \vec{b})(\vec{b}, \vec{c}).$$

3. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, заданных своими координатами

$\vec{a} = \{1, -1, 1\}, b = \{7, 3, -5\}, \vec{c} = \{-2, 2, -2\}$.

4. Известно, что $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}], \vec{b} = [\vec{c}, \vec{a}], \vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$. Найти длины векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и углы между ними

Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей».

1. Найти угол между прямыми $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-4}$ и $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3}$.

2. Проверить, лежит ли данная прямая в плоскости $x - 3y + z + 1 = 0$, параллельна ли этой плоскости или пересекает ее в единственной точке, в последнем случае найти координаты точки пересечения:

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0, \\ x + y - 3z + 2 = 0 \end{cases}.$$

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, 3, 1)$ и параллельной прямой $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3 \end{cases}$.

4. Найти расстояние от точки $A(1, -2)$ до прямой $4x = 3y$.

Контрольная работа «Нормальная фундаментальная система решений. Линейные операторы».

1. Найти нормальную фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

Пусть даны два базиса $\vec{e}$ и $\vec{e'}$

$\vec{e}_1' = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$

$\vec{e}_2' = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$

$\vec{e}_3' = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$

и пусть дана матрица оператора в базисе $\vec{e}$

$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу оператора в базисе $\vec{e'}$.

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа «Основы теории чисел и многочленов».

1. Найти НОД чисел 60, 111. Найти его линейное представление.
2. Решите систему сравнений

$$\begin{cases} x \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 7), \\ x \equiv 3 (\mathrm{mod}\, 5), \\ x \equiv 0 (\mathrm{mod}\, 9). \end{cases}$$

3. Решите сравнения

$14x \equiv 28 (\mathrm{mod}\, 49),$

$19x \equiv 3 (\mathrm{mod}\, 71).$

4. По алгоритму Евклида найти НОД и нормализованный НОД многочленов. $f_1 = \mathrm{i}x^3 + 8\mathrm{i}x^2 + 5\mathrm{i}x - 14i, f_2 = 5x^2 - 5$

Критерии оценки:

Приведены в разделе 2

Наименование: расчетно-графическая работа

Представление в ФОС: комплект задач или заданий.

Варианты заданий:

Расчетно-графическая работа № 1 «Матричное исчисление. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений».

Задача 1. Для данного определителя *A* найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{42}, a_{31}. Вычислить определитель Δ: а) разложив его по элементам 4-ой строки; б) разложив его по элементам 1-го столбца; в) получив нули в 4-ой строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}.$$

Задача 2. Даны две матрицы *A* и *B*. Найти: а) *AB*; б) *BA*; в) A^{-1}; г) $A\,A^{-1}$; д) $A^{-1}A$.

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

Задача 4. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

Задача 5. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

Задача 6. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

Расчетно-графическая работа № 2 «Линейные пространства».

Задача 1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых двух элементов *a* и *b* и произведение любого элемента *a* на любое число α?

Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа;

сумма $\vec{a} + \vec{b}$, произведение $\alpha\vec{a}$.

Задача 2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$\vec{a} = \{1,4,6\}, \vec{b} = \{1,-1,1\}, \vec{c} = \{1,1,3\}$.

Задача 3. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

.

Задача 4. Найти координаты вектора **x** в базисе $(\boldsymbol{e}_1', \boldsymbol{e}_2', \boldsymbol{e}_3')$, если он задан в базисе $(\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$,

x={6, -1, 3}

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_1' = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + 2\boldsymbol{e}_3, \\ \boldsymbol{e}_2' = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2, \\ \boldsymbol{e}_3' = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3. \end{cases}$$

Расчетно-графическая работа № 3 «Векторная алгебра».

ИДЗ-2.1

Задача 1. Даны векторы $\vec{a} = \alpha\vec{m} + \beta\vec{n}$ и $\vec{b} = \gamma\vec{m} + \delta\vec{n}$, где $|\vec{m}| = k; |\vec{n}| = l; \angle(\vec{m}, \vec{n}) = \varphi$. Найти

а) $(\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}) \cdot (\nu\vec{a} + \tau\vec{b})$; б) $np_{\vec{b}}(\nu\vec{a} + \tau\vec{b})$; в) $\cos\angle(\vec{a}, \tau\vec{b})$.

$\alpha = -5, \beta = -4, \gamma = 3, \delta = 6, k = 3, l = 5, \varphi = \frac{5\pi}{3}$, $\lambda = -2, \mu = \frac{1}{3}, \nu = 1, \tau = 2$

.

Задача 2. По координатам точек *A*, *B* и *C* для указанных векторов найти:

а) модуль вектора $\vec{a}$; б) скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и b ; в) проекцию вектора $\vec{c}$ на вектор d ; г) координаты точки *M*, делящей отрезок *l* в отношении $\alpha : \beta$.

A(4, 3, -2), *B*(-3, -1, 4), *C*(2, 2, 1), $\vec{a} = -\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{d} = \overrightarrow{CB}$, *l*=*BC*, $\alpha = 2, \beta = 3$.

Задача 3. Доказать, что векторы $\vec{a}$, b и $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора d в этом базисе.

$\vec{a} = \{5,4,1\}$, $b = \{-3,5,2\}$, $\vec{c} = \{2,-1,3\}$, $d = \{7,23,4\}$.

ИДЗ-2.2

Задача 1. Даны векторы $\vec{a}$, b и $\vec{c}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$

а) $5\vec{a}$, $2\vec{b}$, $\vec{c}$; б) $4\vec{b}$, $2\vec{c}$; в) $\vec{a}$, $\vec{c}$; г) $\vec{b}$, $\vec{c}$; д) $2\vec{a}$, $-3\vec{b}$, $\vec{c}$.

Задача 2. Вершины пирамиды находятся в точках *A*, *B*, *C* и *D*. Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра *l* и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды *ABCD*.
A(3, 4, 5), B(1, 2, 1), C(-2, -3, 6), D(3, -6, -3);
а) *ACD*; б) *l* = *AB*, *C* и *D*.

Расчетно-графическая работа № 4 «Аналитическая геометрия».

ИДЗ-3.1

Задача 1. Составить канонические уравнения: а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (*A*, *B* – точки, лежащие на кривой, *F* – фокус, *a* – большая действительная полуось, *b* – малая (мнимая) полуось, ε – эксцентриситет, $y = \pm kx$ – уравнения асимптот гиперболы, *D* – директриса кривой, 2*c* – фокусное расстояние).
а) *b* = 15, *F*(-10, 0); б) *a* = 13, ε = 14/13; D : *x* = – 4.

Задача 2. Записать уравнение окружности, проходящей через указанные точки и имеющей центр в точке А.
Вершины гиперболы $12x^2 - 13y^2 = 156, A(0, -2)$.

Задача 3. Составить уравнение линии, каждая точка М которой удовлетворяет заданным условиям.
Отстоит от прямой x = – 6 на расстоянии, в два раза большем, чем от точки *A*(1, 3).

Задача 4. Построить кривую, заданную уравнением в полярных координатах $r = 2\sin 2\varphi$.

ИДЗ-4.2

Задача 1. Построить поверхность и определить ее вид (название)
а) $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$; *б*) $x^2 + 4z = 0$.

Задача 2. Записать уравнение и определить вид поверхности, полученной при вращении данной линии вокруг указанной оси координат, сделать рисунок.
а) $y^2 = 2z$, *Oz*; *б*) $9y^2 + 4z^2 = 36$; *Oy*.

Задача 3. Построить тело, ограниченное указанными поверхностями.
а) $z = x^2 + y^2,\ z = 0,\ x = 1,\ y = 2,\ x = 0, y = 0;$
б) $x^2 + y^2 = 2x, z = 0, z = x.$

Расчетно-графическая работа № 5 «Линейные операторы, квадратичные формы».

Задача 1. Пусть $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$A\boldsymbol{x} = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$
$B\boldsymbol{x} = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$
$C\boldsymbol{x} = (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3).$

Задача 2. Найти матрицу в базисе $(\boldsymbol{e}_1', \boldsymbol{e}_2', \boldsymbol{e}_3')$, где

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_1' = \boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3, \\ \boldsymbol{e}_2' = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 - 2\boldsymbol{e}_3, \\ \boldsymbol{e}_3' = -\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3, \end{cases}$$

Если она задана в базисе $(\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа
$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$.

Задача 5. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием
$4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$

Задача 6. Исследовать кривую второго порядка и построить ее
$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$.

Расчетно-графическая работа № 6 «Элементы теории чисел».

Задача 1.

Задания:
1. Найти НОД двух чисел, используя алгоритм Евклида.
2. Найти НОК двух чисел, предварительно используя алгоритм Евклида для нахождения НОД.
3. Найти НОК трех чисел, предварительно используя алгоритм Евклида для нахождения НОД.
4. Выразить НОД двух чисел по теореме о разложении.

№	**Задание 1**	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**
1	104826, 23310	832, 46	1617, 259, 63	387, 186
2	1615372, 260194	455791, 48127	1842, 966, 780	1554, 1038
3	193715, 164578	3283, 4753	38, 9, 24	614163, 327453
4	3532761, 281943	17856, 5337	455, 42, 126	951, 784
5	125648, 55464	226, 148	42, 56, 63	802, 1406

Задача 2.

Задания:
1. Найти канонический вид числа.
2. Найти НОД и НОК двух чисел с помощью приведения их к каноническому виду.

№	**Задание 1**	**Задание 2**
1	1413704880	31829028, 6293560

Задача 3.

Задания:
1. Решить сравнение методом Эйлера.
2. Решить сравнение методом подходящих дробей.
3. Решить сравнение общего вида.

№	**Задание 1**	**Задание 2**	**Задание 3**
1	$37x \Rightarrow 25 \pmod{117}$	$37x \Rightarrow 25 \pmod{117}$	$88x \Rightarrow 324 \pmod{404}$

Задача 4.

Задания:
1. Решить систему 2-х сравнений.
2. Решить систему 4-х сравнений.

№	**Задание 1**	**Задание 2**
1	$x \Rightarrow 33 \pmod{40}$ $x \Rightarrow 57 \pmod{56}$	$x \Rightarrow 3 \pmod{2}$ $x \Rightarrow 11 \pmod{7}$ $x \Rightarrow 15 \pmod{5}$ $x \Rightarrow 7 \pmod{9}$

Задача 5.

Задания:
1. Представить число в виде непрерывной дроби и вычислить значения подходящих дробей.
2. Вычислить значение непрерывной дроби.
3. Решить уравнение.
4. Представить иррациональное число в виде непрерывной дроби.

№	**Задание 1**	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**
1	$\frac{243}{485}$	[1; 2, 1, 4, 10]	[2; 1, x, 7, 3]= $\frac{119}{47}$	$\sqrt{18}$

Критерии оценки:
Приведены в разделе 2

2. Критерии и шкалы оценивания

Для контрольных мероприятий (текущего контроля) устанавливается минимальное и максимальное количество баллов в соответствии с таблицей. Контрольное мероприятие считается пройденным успешно при условии набора количества баллов не ниже минимального.

Результат обучения по дисциплине считается достигнутым при успешном прохождении обучающимся всех контрольных мероприятий, относящихся к данному результату обучения.

Разделы дисциплины	Форма контроля	Количество баллов	
		min	max
1	Расчетно-графическая работа № 1.	12	18
2	Расчетно-графическая работа № 2.	10	16
1, 2	Контрольная работа № 1.	8	12
3	Расчетно-графическая работа № 3.	10	18
3	Контрольная работа № 2.	6	10
4	Расчетно-графическая работа № 4.	8	16
4	Контрольная работа № 3.	6	10
	Итого	**60**	**100**

Разделы дисциплины	Форма контроля	Количество баллов	
		min	max
5	Расчетно-графическая работа № 4.	8	16
6	Расчетно-графическая работа № 5	10	20
7	Расчетно-графическая работа № 5.	10	20
6, 7	Контрольная работа № 4.	6	12
8	Расчетно-графическая работа № 6.	10	20
9	Расчетно-графическая работа № 6.	10	20
8, 9	Контрольная работа № 5.	6	12
	Итого	**60**	**100**

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе текущего контроля успеваемости используются следующие критерии. Минимальное количество баллов выставляется обучающемуся при выполнении всех показателей, допускаются несущественные неточности в изложении и оформлении материала.

Наименование, обозначение	Показатели выставления минимального количества баллов
Расчетно-графическая работа	Правильно решено не менее 60% заданий.
Контрольная работа	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Промежуточная аттестация (1 семестр)

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Итоговые оценки по дисциплине выставляются на основе результатов текущего контроля с использованием следующей шкалы:

Оценка	Набрано баллов

«зачтено»	60-100
«не зачтено»	0-59

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе промежуточной аттестации используются следующие критерии и шкала оценки.

Оценка	Критерии оценки
«зачтено»	Обучающийся демонстрирует знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы, умеет применять его при выполнении конкретных заданий, предусмотренных программой дисциплины
«не зачтено»	Обучающийся демонстрирует значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение

Промежуточная аттестация (2 семестр)

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

Итоговые оценки по дисциплине выставляются на основе результатов текущего контроля с использованием следующей шкалы:

Оценка	Набрано баллов
«отлично»	90-100
«хорошо»	75-89
«удовлетворительно»	60-74
«неудовлетворительно»	0-59

Если сумма набранных баллов менее 60 баллов – обучающийся не допускается до промежуточной аттестации.

Если сумма баллов составляет от 60 до 89 баллов, обучающийся допускается до экзамена.

Если сумма баллов составляет от 90 до 100 баллов, обучающийся автоматически получает оценку «отлично».

Билет к экзамену включает 2 теоретических вопроса и 3 задачи.

Промежуточная аттестация проводится в устной форме.

Время на подготовку – 45 минут.

При оценивании результатов обучения по дисциплине в ходе промежуточной аттестации используются следующие критерии и шкала оценки:

Оценка	Критерии оценки
«отлично»	Обучающийся показал всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, предусмотренного программой, умение уверенно применять на их практике при решении задач (выполнении заданий), способность полно, правильно и аргументированно отвечать на вопросы и делать необходимые выводы. Свободно использует основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой.
«хорошо»	Обучающийся показал полное знание теоретического материала, владение основной литературой, рекомендованной программе, умение самостоятельно решать задач (выполнять задания), способность аргументированно отвечать на вопросы и делать необходимые выводы, допускает единичные ошибки, исправляемые после замечания преподавателя. Способен к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.
«удовлетворительно»	Обучающийся демонстрирует неполное или фрагментарное знания основного учебного материала, допускает существенные ошибки в его изложении, испытывает затруднения и допускает ошибки при выполнении заданий (решении задач), выполняет задание при подсказке преподавателя, затрудняется в формулировке выводов. Владеет знанием основных разделов, необходимых для дальнейшего обучения, знаком с основной и рекомендованной литературой, рекомендованной программой.
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе демонстрирует существенные пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает грубые ошибки в формулировке основных понятий и при решении типовых задач (при выполнении типовых заданий), не

	способен ответить на наводящие вопросы преподавателя. Оценка ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательного учреждения без дополнительных занятий по рассматриваемой дисциплине.